الحل العددي لمعادلة جاردنر بإستخدام
طرق الفروق المدمجة عالية الرتبة

إعداد

فاخره مزعل عبدالله العتيبي

قدمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات درجة الدكتوراه في الرياضيات

تخصص (تحليل عددي)

قسم الرياضيات- كلية العلوم

جامعة الملك عبدالعزيز

جدة-المملكة العربية السعودية

١٤٤٢ هـ -٢٠٢١م

الحل العددي لمعادلة جاردنر بإستخدام
طرق الفروق المدمجة عالية الرتبة

إعداد

فاخره مزعل عبدالله العتيبي

قدمت هذه الرسالة استكمالاً لمتطلبات درجة الدكتوراه في الرياضيات

تخصص (تحليل عددي)

إشراف

أ.د/ داود سليمان مشاط

د/ فؤاد عثمان ملاوي

قسم الرياضيات- كلية العلوم

جامعة الملك عبدالعزيز

جدة-المملكة العربية السعودية

١٤٤٢ هـ -٢٠٢١م

مستخلص الرسالة

تهدف هذه الرسالة لحل معادلة جاردنر العامة باستخدام طرق الفروق المدمجة عالية الرتبة. قمنا في الفصل الأول بتقديم هذه المعادلات مع إعطاء الحل الدقيق لها كما أثبتنا أن هذه المعادلات تحافظ على بقاء بعض المقادير التى تم تحديدها ككميات ثابتة مع الزمن المتزايد. و قد تم توضيح كيفية حل النظام الخماسي الأقطار (Penta-diagonal System). أيضا تم تقديم طريقة نيوتن وطريقة النقطة الثابتة لحل النظم غير الخطية و طريقة رانج كتا من الرتبة الرابعة لحل نظام المعادلات التفاضلية العادية. و ايضا تم تقديم وصف لتقريب 'Pade. كما قدمنا في الفصل الثاني معادلة كورتوج ديفاس وتم حلها بطريقتين باستخدام قاعدة شبة المنحرف وقاعدة نقطة المنتصف وتم الحصول على نظام غير خطي خماسي الأقطار تم حله باستخدام طريقة نيوتن. كما قمنا بحل نظام المعادلات التفاضلية العادية بطريقة رانج كتا المباشرة من الدرجة الرابعة. ثم درسنا هذه الطرق من ناحية الإستقرار و الدقة فوجدناها مستقرة استقراراً غيرمشروطاً في الطريقتين غير الصريحتين و مشروط في طريقة رانج كتا و دقة الطريقتين غير الصريجتين من الرتبة الرابعة فيx و من الرتبة الثانية في t أما طريقة رانج كتا فمن الرتبة الرابعة في x و t. ثم أوردنا النتائج في هذا. في الفصل الثالث قدمنا عدة طرق لحل معادلة كورتوج ديفاس المطوره منهما طريقتين غير صريحتين باستخدام طريقة كرانك نيكلسون وتم حل النظام غير الخطي المعطى بطرقة نيوتن وطريقة النقطة الثابتة. وطريقتين استخدمنا فيهما التقريب الخطي حيث أنتجت هذه الطريقة نظام خطي تم حله بطريقة مباشره دون اللجوء الى استخدام الطرق التكرارية. ثم درسنا تلك الطرق من حيث الإستقرار و الدقة فوجدنا ان تلك الطرق مستقراً استقراراً مطلقاً و لهم دقة من الرتبة الرابعة فيx و من الرتبة الثانية في t ، ثم إعطاء بعض النتائج العددية لهذه الطريقة. يتناول الفصل الرابع معادلة جاردنر العامة وحلها بطريقة كرانك نيكلسون لنحصل على نظام غير خطي خماسي الأقطار تم حله بطريقة نيوتن وايضا تم حلها بطريقة التقريب الخطي لتغلب على النظام غير الخطي و ينتج لدينا نظام خطي خماسي الأقطار يمكن حله بطريقة كراوت. ثم قمنا بدراسة الطرقتين من ناحية الإستقرار و الدقة فوجدناان الطريقتين مستقرتان استقراراً مطلقاً و لهما دقة من الرتبة الرابعة في x والثانية في t ، ثم إعطاء بعض النتائج العددية. وأخيرا يتم عرض اهم النتائج التي حصلنا عليها و الدراسات المستقبلية في الفصل الخامس.

Numerical Solution of Generalized Gardner Equation By High Order Compact Difference Methods

By

Fakhirah Muzil Abdullah Alotaibi

A thesis submitted for the requirements of the degree of Doctor of Science (Mathematics-Numerical Analysis)

Faculty of Science

King Abdulaziz University

2021

Numerical Solution of Generalized Gardner Equation By High Order Compact Difference Methods

By

Fakhirah Muzil Abdullah Alotaibi

A thesis submitted for the requirements of the degree of Doctor of Science (Mathematics-Numerical Analysis)

Supervised By

Prof. Dr. Daoud Suleiman Mashat

Dr. Fouad Othman Mallawi

Faculty of Science

King Abdulaziz University

2021

ABSTRACT

The aim of this thesis is to solve numerically the Generalized Gardner Equation by high order compact difference methods. In the first chapter, we present the Generalized Gardner Equation and its exact solution, and we study the equation's conserved quantities. The solution of the penta-diagonal system and the solution of periodic Penta- diagonal system are derived. We describe the fixed point method, Newton's method and Runge Kutta of order 4 method for solving the nonlinear system. We also explain the Pade approximation. In these second chapter, we solve the Kortweg-deVries equation (KdV) equations numerically by using implicit methods and the explicit Runge-Kutta method. The accuracy of the resulting implicit schemes are second order in time and fourth or- der in space and unconditionally stable. We use Newton's method for solving the nonlinear system obtained. In addition, we have used the explicit Runge Kutta of order 4 method where the accuracy of the resulting scheme is fourth order in both directions, space and time and it is conditionally stable. We give several numerical examples to show that these methods are conserving the conserved quantities. In the third chapter, we present several methods for solving the modified KdV equation (mKdV) using Crank-Nicolson method and the linearization technique. We get schemes which are second order in time and fourth order in space and un-conditionally stable. We use Newton's method and fixed point method for solving the nonlinear system obtained. We use Crout's method for linear system. We give some numerical examples to show that this method is conserving quantities. In the fourth chapter, we solve the Generalized Gardner equation or the combined KdV- mKdV equation numerically by Crank-Nicolson method and linearizing the nonlinear system. The accuracy of the resulting schemes are second order in time and fourth order in space and unconditionally stable. We give some numerical examples to show that these methods are conserving the conserved quantities. In the fifth and final chapter, we offer a summary of what we have obtained in this research and some recommendations for future work.