طريقة أدومين للتجزئة لحل مسائل القيم الحدية لصنف من المعادلات التفاضلية الجزئية

مريم حويمد حمود المزمومي

د. لزهر أبو بكر بوقفة

المستخلص

إن طريقة أدومين للتجزئة – والتي ظهرت في العشرين عاماً الماضية – تُعد من الطرق التي لعبت دوراً هاماً ورئيسياً في العديد من التطبيقات في الفيزياء والكيمياء والميكانيكا وغيرها من العلوم. ونظراً للأهمية البالغة التي اكتسبتها هذه الطريقة فلقد تناولت هذه الرسالة عرضاً لشرح هذه الطريقة على المعادلات التفاضلية الجزئية وكذلك على أنظمة المعادلات التفاضلية الجزئية، كما تضمنت عرضاً وافياً لمعظم التعديلات والتطويرات التي أُجريت على هذه الطريقة منذ ظهورها إلى وقتنا الحالي؛ لتكون بذلك بمثابة اللبنة الأساسية التي يلجأ إليها كل من يريد البحث والدراسة في هذا المجال. كما تناولت مناقشة مسألة جورسات للمعادلات الزائدية الخطية وغير الخطية من الرتبة الثانية والرتبة الرابعة والمرفقة بشروط على المنحنيات الذاتية، حيث تم الإعتماد على فكرة تحويل مسألة جورسات إلى مسألة قياسية مكافئة لها؛ ليتسنى تطبيق طريقة أدومين للتجزئة عليها. كما شملت دراسة الوجود والوحداوية لصنف من مسائل القيم الإبتدائية –الحدية لنيومان للمعادلات المكافئية، والمعادلات الزائدية، والمعادلات المكافئية –الزائدية في فضاءات هلبرت. وتضمنت هذه الرسالة تعديلاً وتحسيناً جديداً في اختيار المؤثر التفاضلي العكسي والذي يعتمد على توظيف كلاً من الشروط الإبتدائية والشروط الحدية بأنواعها (ديرشلت، نيومان، مختلطة) معاً لإيجاد الحل لصنف من المعادلات التفاضلية الجزئية، وذلك بطريقة تكرارية مماثلة لطريقة أدومين للتجزئة. وأخيراً، تمت معالجة مسائل القيم الإبتدائية –الحدية للمعادلات المكافئية والمعادلات الزائدية الخطية وغير الخطية والمرفقة بشرط حدي تكاملي وذلك بواسطة إدخال دالة جديدة تحوِّل الشرط التكاملي إلى شرط عادي، ومن ثم تطبيق طريقة أدومين للتجزئة بمؤثر تفاضلي جديد يأخذ بعين الإعتبار جميع الشروط الإبتدائية والحدية معاً في الحصول على الحل. كما تضمنت الرسالة العديد من الأمثلة التوضيحية.

Adomian Decomposition Method for Solving Boundary Value Problems for a Class of Partial Differential Equations

Mariam Howimed Hmood Al-Mazmumy

DR. Lazhar Aboubaker Ismail Bougoffa

Abstract

The Adomian decomposition method (ADM) is a method for solving nonlinear differential equations. The method was developed by George Adomian in the last twenty years. This method has many important applications especially in the fields of physics, chemistry, mechanics and other sciences. This study seeks to provide an illustration of how the method can be applied on the PDEs and on the Systems of PDEs. Moreover, this study offers an account of the modifications and development of this method since its inception till today, making it a basic building block that can serve any researcher in this field. In addition, the thesis discusses the Goursat's problem for linear and nonlinear hyperbolic equations of the second order. Also, it outlines the Goursat's problem for system of nonlinear hyperbolic equations of the second order as well as the Goursat's problem for linear and nonlinear hyperbolic equations of fourth order. The study also looks at the existence and uniqueness for the initial-Neumann boundary value problems for parabolic, hyperbolic equations and parabolic–hyperbolic equations in Hilbert space. The study describes a new iterative method similar to the Adomian decomposition method for the application of ADM in which initial conditions and boundary conditions (Dirichlet, Neumann and Mixed) are used to find a solution to the Initial- boundary value problems for parabolic, hyperbolic equations and parabolic–hyperbolic equations. Finally, the initial-boundary value problems for the parabolic, hyperbolic equations and parabolic–hyperbolic equations with integral boundary condition were solved by introducing a new function that transforms integral condition to a normal condition, then applying a new method taking into account all the initial and boundary conditions together in ADM with a new differential operator to arrive at solution. Moreover, the thesis has supported by various examples.