الحلول العددية لمعادلات Shrödinger-KdV المزدوجة غير الخطية

إعداد
خديجة محمد العمودي
إشراف
د. محمد سعيد يوسف حموده
د. فريدة مصلي

مستخلص الرسالة

تهدف هذه الرسالة لحل معادلات Shrödinger-KdV المزدوجة باستخدام طريقة الفروق المنتهية.

في الفصل الأول: قمنا بتقديم هذه المعادلات مع إعطاء الحل الدقيق لها كما أثبتنا أن هذه المعادلات تحافظ على بقاء بعض المقادير التى تم تحديدها ككميات ثابتة مع الزمن المتزايد.

و قد تم توضيح كيفية حل النظام الكتلي الثلاثي الأقطار (Block tridiagonal System) و كذلك كيفية حل النظام الخماسي الأقطار (Penta-diagonal System). أيضا تم تقديم طريقة النقطة الثابتة لحل النظم غير الخطية و طريقة رانج كتا من الرتبة الرابعة لحل نظام المعادلات التفاضلية العادية.

في الفصل الثاني: قدمنا طريقة صريحة لحل معادلات Shrödinger-KdV المزدوجة حيث تم حلها بطريقة خطية مباشرة. ثم قمنا بتحويلها إلى نظام معادلات تفاضلية عادية و حلها بطريقة رانج كتا المباشرة من الدرجة الرابعة. ثم درسناها من ناحية الإستقرار و الدقة فوجدناها مستقرة استقراراً مشروطاً في الأولى و غير مشروط في الثانية و دقة الطريقة الأولى من الرتبة الثانية فيx و من الرتبة الأولى في t أما الطريقة الثانية فمن الرتبة الثانية في x و من الرتبة الرابعة في t. ثم أوردنا النتائج في هذا.

في الفصل الثالث: قدمنا طريقة كرانك نيكلسون لحل معادلات Shrödinger-KdV المزدوجة حيث أنتجت هذه الطريقة نظام غير خطي تم حله بطريقة النقطة الثابتة. ثم درسناه من حيث الإستقرار و الدقة فوجدناه مستقراً استقراراً مطلقاً و له دقة من الدرجة الثانية في البعدين x,t ، ثم إعطاء بعض النتائج العددية لهذه الطريقة.

في الفصل الرابع: تغلبنا على النظام غير الخطي و ذلك بتحويله إلى نظام خطي ضمني بثلاث أنماط مختلفة يمكن حلها جميعاً مباشرة دون اللجوء إلى أي طريقة تكرارية و قمنا بتقسيمه إلى نظامين الأول كتلي ثلاثي الأقطار و الثاني خماسي الأقطار و كلاهما يمكن حلهما بطريقة كراوت. ثم درسنا هذه الطرق من ناحية الإستقرار و الدقة فوجدناها مستقرة استقراراً مطلقاً و لها دقة من الدرجة الثانية في البعدين x,t ، ثم إعطاء بعض النتائج العددية.

Numerical Solution of Coupled Nonlinear Shrödinger-KdV Equations

By

Khadijah Mohammed Al-Amoudi

Supervised By

Dr. Mohammad Said Hammoudah

Dr. Farida M. Mosally

Abstract

The aim of this thesis is to solve numerically the coupled nonlinear Shrödinger -KdV equations using finite difference method.

In chapter 1: We present in detail, this equation and the exact solution, also we study its conserved quantities. The solution of the block tridiagonal system and penta-diagonal system are derived. We describe the fixed point method and Runge Kutta of order 4 method for solving the nonlinear system.

In chapter 2: We solve the coupled nonlinear Shrödinger -KdV equations numerically by using explicit method. The accuracy of the resulting scheme is second order in space and first order in time and conditionally stable. Also, we have used the explicit Runge Kutta of order 4 method where the accuracy of the resulting scheme is second order in space and forth order in time and it is conditionally stable. We give the some numerical examples to show that this method is conserving the conserved quantities.

In chapter 3: We present another method for solving the coupled nonlinear Shrödinger-KdV equations using Crank-Nicolson method, we get a scheme which is second order in space and time, and conditionally stable. We use fixed point method for solving the nonlinear system obtained. We give some numerical examples to show that this method is conserving quantities.

In chapter 4: We solve the coupled nonlinear Shrödinger -KdV equations numerically by linearizing the nonlinear system. Three linearization techniques are adopted. The accuracy of the resulting scheme in each case is second order in space and time and it is unconditionally stable. We give some numerical examples to show that this method is conserving the conserved quantities.